

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра прикладной математики и теории систем управления

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы	Прикладная математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «**Методы оптимизации**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 9 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры прикладной математики  
и теории систем управления,  
д-р техн. наук, доцент

Д. В. Шевцов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры прикладной математики и теории систем управления.

Протокол от 10.04.2025 г. № 9а.

Заведующий кафедрой

Д. В. Шевцов

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.

Протокол от 16.04.2025 г. № 3.

Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, доц.  
03.04.2025 г.

Р. Н. Нескородев

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ, Алгебра и геометрия, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики, Дискретная математика.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Нечеткие иерархические модели технологических и социально-экономических процессов, Математические модели механики твердого тела, Математические модели и методы теории упругости, Методы компьютерно-математического моделирования в волновой механике, Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) (обязательная), Производственная практика: технологическая (проектно-технологическая) практика (обязательная), Производственная практика: преддипломная практика, Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.24. Методы оптимизации
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	7 / 252

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы+контроль	всего	
Очная	3	5	34	34	—	40	108	зачет
Очная	3	6	30	30	—	84	144	экзамен
Очная, всего			64	64	—	124	252	

### 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование представлений о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умений логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений, воспитание высокой математической культуры.

### 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

#### 4.1. Компетенции

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

#### 4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-3.2. Применяет и при необходимости модифицирует математическую модель для решения задач профессиональной деятельности с привлечением оптимизационных подходов.

#### 4.3. Результаты обучения

ОПК-3.2.1. Знает способы применения математических моделей и методов оптимизации для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-3.2.2. Умеет применять математические модели и методы оптимизации для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-3.2.3. Владеет: способностью к модифицированию математических моделей и методов оптимизации для решения задач профессиональной деятельности.

### 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
<b>Раздел 1. Линейное программирование</b>	
<b>Тема 1</b>	Основные понятия и определения
<b>Тема 2</b>	Постановка задач линейного программирования (ЗЛП).
<b>Тема 3</b>	Свойства планов ЗЛП
<b>Тема 4</b>	Обоснование симплекс-метода. Теорема о возможном улучшении плана ЗЛП
<b>Тема 5</b>	Обоснование симплекс-метода. Теорема об оптимальности плана ЗЛП
<b>Тема 6</b>	Приведение ЗЛП к каноническому виду.
<b>Тема 7</b>	Метод искусственного базиса
<b>Тема 8</b>	Двойственные ЗЛП
<b>Тема 9</b>	Теоремы двойственности в линейном программировании
<b>Тема 10</b>	Целочисленные ЗЛП. Методы отсечений. Первый алгоритм Гомори
<b>Раздел 2. Нелинейное программирование.</b>	
<b>Тема 1</b>	Выпуклое программирование.
<b>Тема 2</b>	Задачи нелинейного программирования (ЗНП) без ограничений. Градиентный метод решения ЗНП без ограничений.
<b>Тема 3</b>	Метод Ньютона решения ЗНП без ограничений.
<b>Тема 4</b>	Метод сопряженных направлений для решения ЗНП без ограничений.
<b>Тема 5</b>	ЗНП с линейными ограничениями. Метод линеаризации.
<b>Тема 6</b>	ЗНП с нелинейными ограничениями. Обзор методов решения.

<b>Раздел 3. Комбинаторные задачи.</b>	
<b>Тема 1</b>	Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
<b>Тема 2</b>	Задача о коммивояжере. Метод «ветвей и границ».
<b>Раздел 4. Вариационное исчисление.</b>	
<b>Тема 1</b>	Задача о брахистохроне. Основные понятия и определения вариационного исчисления (ВИ).
<b>Тема 2</b>	Необходимое условие экстремума функционала.
<b>Тема 3</b>	Основные леммы ВИ
<b>Тема 4</b>	Постановка простейшей задачи ВИ. Вывод уравнения Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера.
<b>Тема 5</b>	Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай нескольких независимых переменных.
<b>Тема 6</b>	Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай нескольких зависимых переменных.
<b>Тема 7</b>	Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай производных более высоких порядков.
<b>Тема 8</b>	Обобщения простейшей задачи ВИ. Задача со свободными концами.

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 1. Линейное программирование.	28	28		31	87
1. Основные понятия и определения	2	2		4	8
2. Постановка задач линейного программирования (ЗЛП).	2	2		3	7
3. Свойства планов ЗЛП	4	4		3	7
4. Обоснование симплекс-метода. Теорема о возможном улучшении плана ЗЛП	4	4		3	7
5. Обоснование симплекс-метода. Теорема об оптимальности плана ЗЛП	2	2		3	7
6. Приведение ЗЛП к каноническому виду.	2	2		3	7
7. Метод искусственного базиса	2	2		3	7
8. Двойственные ЗЛП	2	2		3	7
9. Теоремы двойственности в линейном программировании	4	4		3	7
10. Целочисленные ЗЛП. Методы отсечений. Первый алгоритм Гомори	4	4		3	7
Раздел 2. Нелинейное программирование.	6	6		9	21
11. Выпуклое программирование.	2	2		3	7
12. Задачи нелинейного программирования (ЗНП) без ограничений. Градиентный метод решения ЗНП без ограничений.	2	2		3	7
13. Метод Ньютона решения ЗНП без ограничений.	2	2		3	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34	–	40	108

## 6.2. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 2. Нелинейное программирование.	8	8		18	34
14. Метод сопряженных направлений для решения ЗНП без ограничений.	4	4		6	14
15. ЗНП с линейными ограничениями. Метод линеаризации.	2	2		6	10
16. ЗНП с нелинейными ограничениями. Обзор методов решения.	2	2		6	10
Раздел 3. Комбинаторные задачи.	4	4		12	20
17. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.	2	2		6	10
18. Задача о коммивояжере. Метод «ветвей и границ».	2	2		6	10
Раздел 4. Вариационное исчисление.	18	18		54	90
19. Задача о брахистохроне. Основные понятия и определения вариационного исчисления (ВИ).	2	2		10	14
20. Необходимое условие экстремума функционала.	2	2		6	10
21. Основные леммы ВИ	4	4		6	14
22. Постановка простейшей задачи ВИ. Вывод уравнения Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера.	2	2		10	14
23. Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай нескольких независимых переменных.	2	2		6	10
24. Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай нескольких зависимых переменных.	2	2		5	9
25. Обобщения простейшей задачи ВИ. Случай производных более высоких порядков.	2	2		5	9
26. Обобщения простейшей задачи ВИ. Задача со свободными концами.	2	2		6	10
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	30	30	–	84	144
ИТОГО ЗА КУРС	64	64	–	124	252

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 7.1. Контрольные вопросы

## Раздел 1

1. Доказательство свойства 1 множества планов задачи линейного программирования (ЗЛП).
2. Доказательство свойства 2 множества планов ЗЛП.
3. Доказательство свойства 3 множества планов ЗЛП.
4. Доказательство теоремы о возможном улучшении плана ЗЛП.
5. Доказательство теоремы об оптимальности плана ЗЛП.

6. Метод искусственного базиса.
7. Теорема двойственности.
8. Целочисленное программирование. Первый алгоритм Гомори.

## Раздел 2

9. Методы возможных направлений решения задач нелинейного программирования без ограничений.
10. Градиентный метод решения задач нелинейного программирования без ограничений.
11. Метод Ньютона решения задач нелинейного программирования без ограничений.
12. Метод сопряженных направлений. Идея и реализация.
13. Метод линеаризации.

## Раздел 3

14. Динамическое программирование.
15. Метод ветвей и границ.

## Раздел 4

16. Первая лемма вариационного исчисления.
17. Вторая лемма вариационного исчисления.
18. Третья лемма вариационного исчисления.
19. Теорема о необходимом условии экстремума функционала.
20. Простейшая задача вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера
21. Простейшая задача вариационного исчисления. Частные случаи уравнения Эйлера.
22. Обобщения простейшей задачи: случай нескольких независимых переменных.
23. Обобщения простейшей задачи: случай нескольких зависимых переменных.
24. Обобщения простейшей задачи: случай производных высших порядков.
25. Простейшая задача вариационного исчисления. Задача со свободными концами.

### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практическим темам:

- линейное программирование (найти оптимальный план задачи);
- целочисленное линейное программирование (найти целочисленный оптимальный план задачи);
- нелинейное программирование (выполнить две итерации градиентным методом; выполнить одну итерацию методом Ньютона; выполнить одну итерацию методом линеаризации; решить задачу методом сопряженных направлений; проверить точки на оптимальность, используя теорема Куна-Таккера);
- комбинаторные задачи (найти кратчайший путь в графе; решить задачу коммивояжера);
- вариационное исчисление (найти первую вариацию функционала, составить уравнение Эйлера, найти экстремаль функционала).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

### 7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Экзаменационный билет № \_

1. Метод ветвей и границ.

2. Третья лемма вариационного исчисления.
3. Найти кратчайший путь в графе методом динамического программирования.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа в аудитории	20
	Самостоятельная работа	20
	Контрольные работы по практике	30
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Зачет		100
Общий итог за семестр		100

### 8.2. Семестр 6

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
2-4	Организационно-учебная работа в аудитории	20
	Самостоятельная работа	20
	Контрольные работы по практике	30
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Экзамен		100



Общий итог за семестр	100
-----------------------	-----

## Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд. 401).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

## 10.1. Основная литература

1. Андреева, Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации. / Е.А. Андреева. - М.: Высшая школа, 2016. - 584 с.
2. Аттетков, А.В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 270 с.
3. Аттетков, А.В. Введение в методы оптимизации / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: Финансы и статистика, 2008. - 272 с.
4. Бродецкий, Г.Л. Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации: Учеб. для студентов учреждений высшего профессионального образования / Г.Л. Бродецкий. - М.: ИЦ Академия, 2012. - 288 с.
5. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации в 2-х книгах. Кн.2 / Ф.П. Васильев. - М.: МЦНМО, 2011. - 433 с.
6. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации в 2-х книгах. Кн.1 / Ф.П. Васильев. - М.: МЦНМО, 2011. - 619 с.
7. Гончаров, В.А. Методы оптимизации: Учебное пособие для ВУЗов / В.А. Гончаров. - Люберцы: Юрайт, 2016. - 191 с.

## 10.2. Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - Москва: Высш. шк., 1986.- 319 с.
2. Капустин В.Ф. Практические занятия по курсу математического программирования. - Ленинград: Изд. Ленинградского университета, 1976.- 192 с.
3. Абрамов Л.Н. Математическое программирование. - Ленинград: Изд. Ленинградского университета, 1976. 184 с.
4. Преображенский А.А. Методические указания к изучению курса «Методы оптимизации». - Донецк: ДонГУ, 1983.- 14 с.
5. Калихман И.Л. Сборник задач по математическому программированию. - Москва: Высш. шк., 1975.-270 с.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).

